4Л

УДК 621.396

Н.П. Лавлинский, Н.И. Галлини
Ялтинский университет менеджмента, г. Ялта, Украина

Синтез по обобщенной матрице автокорреляционной функции «баркеровских» сигналов для современных систем связи и локации

Использован метод синтеза «баркеровских» сигналов по обобщенной (совмещенной) матрице автокорреляционной функции (АКФ). Показаны тонкости «внутренней» структуры сигналов Баркера с $N = 5;7;11;13$, которые использованы нами для синтеза «баркеровских» сигналов с неквантованными по длительности элементами. Получены бинарные фазоманипулированные сигналы с длинами кода $N \in [8;11)$, побочные пики которых по модулю не превышают единицу. Найдены сигналы с длиной кода $N = 15$, которые при соответствующей обработке по квадратичному критерию превосходят несуществующий сигнал Баркера с $N = 15$.

Введение

Впервые задача использования бинарных фазоманипулированных (ФМн) сигналов с неквантованными по длительности элементами была поставлена одним из основоположников советской школы синтеза сигналов профессором Д.Е. Вакманом [1], обратившего внимание на необходимость поиска для таких сигналов технического решения (согласованного фильтра), работающего с задержкой не более длительности самого короткого элемента.

Такое решение одним из авторов этой работы было найдено [2].

Актуальность проблемы

Сигналы Баркера с длиной кода N уникальны, так как побочные пики (лепестки) автокорреляционной функции (АКФ) $|R_i(\tau)| \le 1$, в то время как у других бинарных ФМн сигналов $|R_i(\tau)| \ge 2$. Побочные лепестки АКФ являются своего рода «пьедесталами» для помех, а отсюда повышение вероятности срыва синхронизации (связь) или невозможность обнаружения «малоразмерных» объектов при наличии групповых «разноразмерных» целей (локация). Отсюда, чем больше длина кода N, тем лучше (меньше) соотношение $\frac{R_i(\tau)}{N}$ – побочный лепесток – к главному. Поэтому на практике используются всего четыре сигнала Баркера (с $N \ge 5$):

– трехэлементный $B_3(1;1;3)$ с длиной кода $N = 5$, $(+-+++), k = 3$;
– четырехэлементный $B_4(1;1;2;3)$ с длиной кода $N = 7$, $(+-++---), k = 4$;
– шестиэлементный $B_6(1;1;2;1;3;3)$ с длиной кода $N = 11$, $(+-++-+++---), k = 6$;
– семиэлементный $B_7(1;1;1;1;2;2;5)$ с длиной кода $N = 13$, $(+-+-++--+++++), k = 7$.

Заметим, что сигналы Баркера с $N = 6;8;9;10;12;14$ и более, несмотря на многочисленные публикации, посвященные их поиску, не обнаружены.

Переход к исследованию бинарных фазоманипулированных сигналов с неквантованными длительностями элементов, выполненный нами ранее, показал, что в этом классе могут быть найдены сигналы, по квадратичному критерию $\left(\min \sum_i |R_i(\tau)|^2\right)$ превосходящие сигналы Баркера [3]. В этой работе были получены интересные трехэлементные L_3 и четырехэлементные L_4 ФМн сигналы «баркеровского» типа. Однако только после ряда работ одного из авторов этой статьи, завершенных публикацией [4], открылась возможность исследования сигналов с большими длинами кодов (L_6 – шестиэлементного и L_7 – семиэлементного).

Основной материал

Теория построения АКФ рассматриваемого класса сложных широкополосных сигналов по обобщенной матрице АКФ [4] помогла вскрыть сущность («архитектуру») получения малых побочных пиков. В работе [5] предложен и использован способ конструирования сигналов с малыми побочными пиками, основанный на свойствах упомянутой матрицы АКФ и опубликованы первые результаты: для длин кодов $N \in [6.5;14]$ получены сигналы, побочные пики которых $|R_i(\tau)| \le 1{,}25$, а для ряда длин кодов по квадратичному критерию и лучшие несуществующих сигналов Баркера $(N = 10; N = 12)$.

В отличие от работы [5], для сокращения объема публикации запишем обобщенную матрицу АКФ, исходя из вектора-строки ненормированных длительностей элементов

$(\tau_1; \tau_2; ...; \tau_{k-1}; \tau_k)$, где $\sum_{i=1}^{k} \tau_i = N$. При этом матрица «сдвигов» побочных пиков запишется в виде:

$$
\begin{array}{ccccccccc}
\tau_1 & \tau_2 & \tau_3 & \dots & \tau_i & \dots & \tau_{k-2} & \tau_{k-1} & \tau_k \\
\tau_1+\tau_2 & & \tau_2+\tau_3 \; \dots & \tau_{i-1}+\tau_i & & \tau_i+\tau_{i+1} \; \dots & \tau_{k-1}+\tau_k & & \\
\sum_{j=1}^{3}\tau_j & & \sum_{j=2}^{4}\tau_j & \dots & \sum_{j=i-1}^{i+1}\tau_j & \dots & \sum_{j=k-3}^{k-1}\tau_j & \sum_{j=k-2}^{k}\tau_j & \\
- & - & - & - & - & - & - & & \\
\sum_{j=1}^{m}\tau_j & \dots & \sum_{j=i}^{m+i-1}\tau_j & \dots & \sum_{j=k-m+1}^{k}\tau_j & & & & \\
- & - & - & & & & & & \\
N-\tau_k & & N-\tau_1 & & & & & & \\
\sum_{j=1}^{k}\tau_j & & & & & & & &
\end{array} ,
$$

а матрица приращений производной АКФ $(\Delta R'(\tau))$, т.е. матрица коэффициентов $(g(s,k))$ останется в прежнем виде:

$$
\begin{array}{cccccccccc}
-2 & -4 & -4 & \dots & -4 & \dots & -4 & -4 & -4 & -2 \\
2 & 4 & \dots & 4 & & 4 & & \dots\; 4 & 2 & \\
- & - & - & - & - & - & - & - & - & - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \\
2(-1)^m & 4(-1)^m \dots & 4(-1)^m & & 4(-1)^m & \dots & 4(-1)^m & 2(-1)^m & & \\
- & - & - & - & - & - & - & - & - & - \; - \; - \\
2(-1)^{k-1} & 2(-1)^{k-1} & & & & & & & & \\
(-1)^k & & & & & & & & &
\end{array} .
$$

Естественно, изменятся и выражения для АКФ, т.к. теперь рассматривается ненормированная АКФ.

Теорема 1.

$$R\left(\tau,\overrightarrow{\tau_i}\right)=\sum_{\forall S:\tau_S>\tau} g(s,k)(\tau-\tau_s);\qquad \tau\in[0,N];\qquad i=\overline{1,k};\qquad s=\overline{1,\frac{k(k+1)}{2}}.$$

Теорема 2.

$$R\left(\tau,\overrightarrow{\tau_i}\right)=N-(2k-1)\tau+\sum_{\forall S:\tau_s<\tau} g(s,k)(\tau_s-\tau);\qquad \tau\in[0,N];\qquad i=\overline{1,k};\qquad S=\overline{1,K},$$

где $K=\dfrac{k(k+1)}{2}$ – количество элементов матрицы сдвигов.

Теорема 3.

Для нечетных k

$$R\left(\tau,\overrightarrow{\tau_i}\right)=N-k\tau+\frac{1}{2}\sum_{S=1}^{K-1} g(s,k)\left|\tau-\tau_S\right|,\tau\in[0,N].$$

Так как «баркеровскими» сигналами интересуется широкий круг читателей, приведем обобщенные матрицы АКФ для всех четырех, используемых на практике, сигналов Баркера:

$B_3(1;1;3)$ с длиной кода $N=5$ на рис. 1 (три строки);

$B_4(1;1;2;3)$ с длиной кода $N=7$ на рис. 2 (четыре строки);

$B_6(1;1;2;1;3;3)$ с длиной кода $N=11$ на рис. 3 (шесть строк);

$B_7(1;1;1;1;2;2;5)$ с длиной кода $N=13$ на рис. 4 (семь строк).

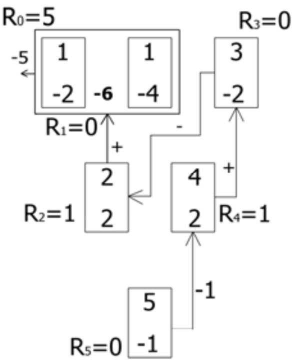


Рисунок 1 – Матрица АКФ для $N=5$

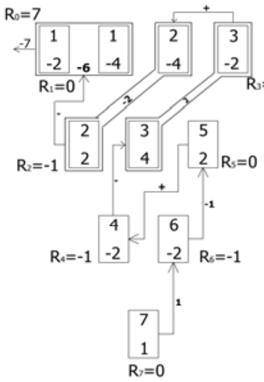


Рисунок 2 – Матрица АКФ для $N=7$

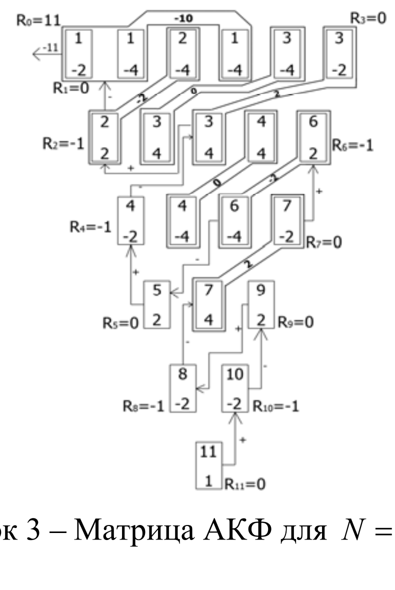


Рисунок 3 – Матрица АКФ для $N=11$

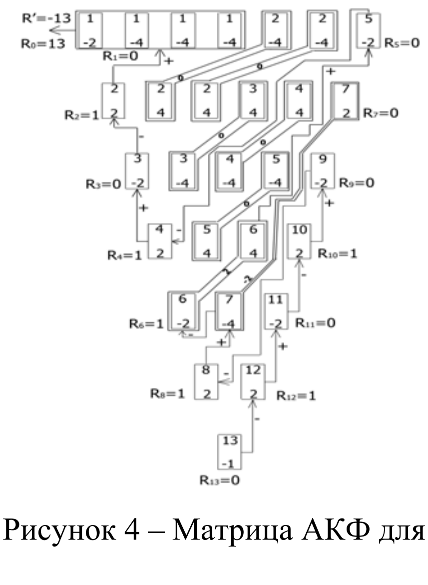


Рисунок 4 – Матрица АКФ для $N=13$

Как видим, в первых строках всех матриц вверху проставлены длительности элементов сигнала, внизу – соответствующие значения коэффициентов $g(s,k)$; во вторых строках – суммы двух очередных смежных длительностей первой строки, внизу – соответствующие значения $g(s,k)$ и так далее, т.е. в m-й строке вверху имеем (слева направо) сумму m первых длительностей сдвигов первой строки (длительностей элементов сигнала), затем сумму m длительностей, начиная со второго; внизу – соответствующие значения $g(s,k)$ и т.д.

Для совпадающих по величине сдвигов независимо от того, в каких строках они находятся, значения $\Delta R'(\tau)$, т.е. $g(s,k)$ суммируются. В итоге соответствующий выбор величин длительностей элементов и их взаимное расположение в вектор-строке сигнала (в первой строке матрицы АКФ) обеспечивает нам (из-за разнополярности коэффициентов $g(s,k)$ в четных и нечетных строках) «погашение» приращений производной АКФ ($\Delta R'(\tau)$) на одинаковых по величине сдвигах.

Нетрудно видеть из этих рисунков, что количество элементов единичной длины должно быть не менее половины общего количества элементов сигнала $\left(x_1 \geq \dfrac{k}{2}\right)$, иначе не получить требуемого «скачка» производной АКФ при выходе на главный пик АКФ. Из этих же рисунков видим, что длина кода и количество элементов этих сигналов Баркера связаны соотношением $N = 2k - 1$. В общем случае $2k - 2 \leq N \leq 2k$ [3]. Отсюда «средняя» длительность элемента сигнала $\tau_{cp} = \dfrac{N}{k} = \dfrac{2k-1}{k} = 2 - \dfrac{1}{k} \approx 2$.

В итоге смежные строки в середине матрицы АКФ с ростом k будут различаться по величине среднего сдвига не на единицу, а приблизительно на два. И в каждой строке неизбежно появится много сдвигов одинаковой средней для этой строки длины, которые группируясь «обеспечат» внутри АКФ большие значения $\Delta R'(\tau)$ одного знака, что гарантирует все большие значения $|R(\tau)| > 1$.

Это же увеличение побочных пиков следует и из того, что с ростом k все большее число сдвигов в матрице АКФ будет иметь $|\Delta R'(\tau)| = 4$. В силу этого, уже при $k = 8$ ($N = 2k - 1 = 15$) не удается обеспечить по модулю равным единице один побочный пик ($R(4) = 3$), слева и справа от которого $|R'(\tau)| = 3$ (рис. 5).

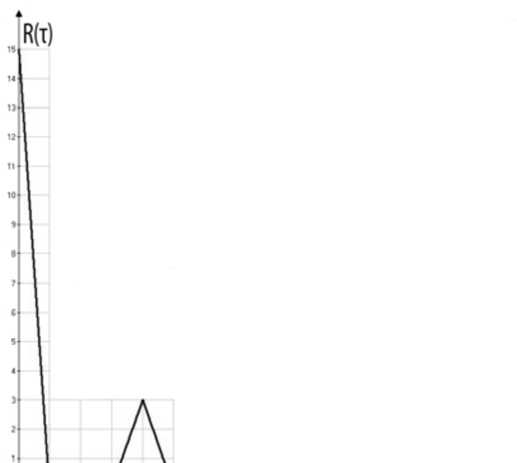


Рисунок 5 – АКФ для $N = 15$

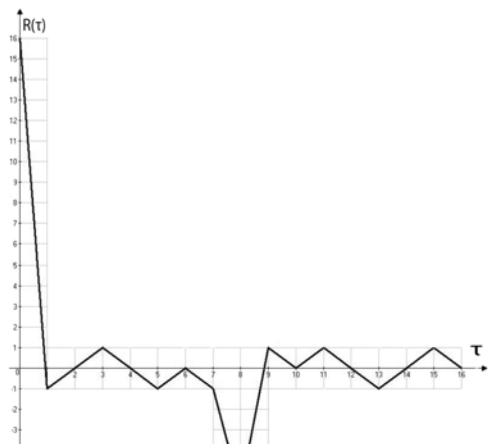


Рисунок 6 – АКФ для $N = 16$

При $k = 9$ ранее с большим трудом удалось получить сигнал L_9, все побочные пики которого $|R_i(\tau)| \leq 1$, кроме одного $R(8) = R(\tau)\big|_{\tau=8} = -6$ [6]. Здесь при $\tau = 8 - 0$ имеем $R'(\tau) = -5$, а при $\tau = 8 + 0$ – $R'(\tau) = 7$ (рис. 6).

Заметим, что один положительный побочный пик можно с пользой уменьшить, используя известный метод подавления побочных лепестков [7]. Получается отличный сигнал «баркеровского» типа (рис. 7).

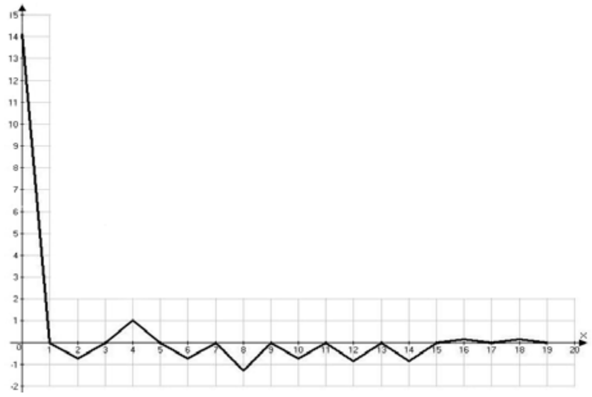


Рисунок 7 – Скомпенсированная АКФ для $N = 15$

Только один побочный пик у этого скорректированного сигнала по модулю больше единицы $R(\tau)\big|_{\tau=8} = -1{,}286$; другой побочный пик равен единице $R(\tau)\big|_{\tau=4} = 1$; а остальные побочные пики меньше единицы: $R(\tau)\big|_{\tau=2} = R(\tau)\big|_{\tau=6} = R(\tau)\big|_{\tau=10} = -0{,}714$; $R(\tau)\big|_{\tau=12} = R(\tau)\big|_{\tau=14} = R(\tau)\big|_{\tau=16} = -0{,}857$; $R(\tau)\big|_{\tau=18} = 0.143$. Заметим, что основной лепесток $R(0) = 14{,}143$, а при нечетных сдвигах все побочные пики равны нулю. Отсюда, $\sum_i |R(\tau_i)|^2 = (1{,}286)^2 + 3 \cdot (0{,}714)^2 + 3 \cdot (0{,}857)^2 + (0{,}143)^2 = 5{,}406 < 7$.

В то время как у несуществующего восьмиэлементного сигнала Баркера $\sum_i |R(\tau_i)|^2 = 7 \cdot (-1)^2 = 7$.

Если учесть уменьшение главного пика, то для несуществующего сигнала Баркера с длиной кода $N = 15$ все равно получаем $\sum_i |R(\tau_i)|^2 = 7 \cdot \left(\frac{14{,}143}{15}\right)^2 = 6{,}223 > 5{,}406$. Таким образом и в этом случае мы получаем скомпенсированный сигнал L_8, который по квадратичному критерию лучше несуществующего сигнала Баркера для $N = 15$.

Интересно заметить, что АКФ, представленные на рис. 5 и 7, соответствуют не только восьмиэлементному сигналу $\mathcal{L}_8$, но и другому восьмиэлементному сигналу $\mathcal{G}_8$, найденному студенткой Н.И. Галлини.

Другими словами, задав сигнал $S(t)$ как функцию времени, мы можем однозначно получить АКФ этого сигнала, но не наоборот.

Заметим также, что 225-ти элементный композитный сигнал $\mathcal{L}_8 \times \mathcal{L}_8$ по побочным пикам АКФ предпочтительнее композитного сигнала $\mathcal{G}_8 \times \mathcal{G}_8$, хотя «спектры» сигналов $\mathcal{L}_8$ и $\mathcal{G}_8$ одинаковы.

Однако это уже вопросы другой (будущей) публикации.

В работе [8], используя обобщенную матрицу АКФ, удалось получить «баркеровские» $|R_i(\tau)| \approx 1$ сигналы $€_6$ с длиной кода $N \in (11;12]$, у которых, в отличие от сигналов таких же длин кодов, найденных в работе [5], величина $|R'(\tau)| = 1$ в интервале сдвигов во всей зоне побочных пиков АКФ, т.е. нет участка с $R'(\tau) = -3$ при $2 < \tau < 3$. Это позволило уменьшить $\sum_i (R_i(\tau))^2$ по сравнению с сигналами $€_6$ из работы [5] (для $N = 12$, в частности, указанная сумма равна $7{,}388 < 8{,}15$, соответствующей работе [5]).

Недостаток и тех, и других $€_6$ сигналов – наличие побочных пиков $R_i(\tau) < -1$, хотя $|R_i(\tau)| \approx 1$.

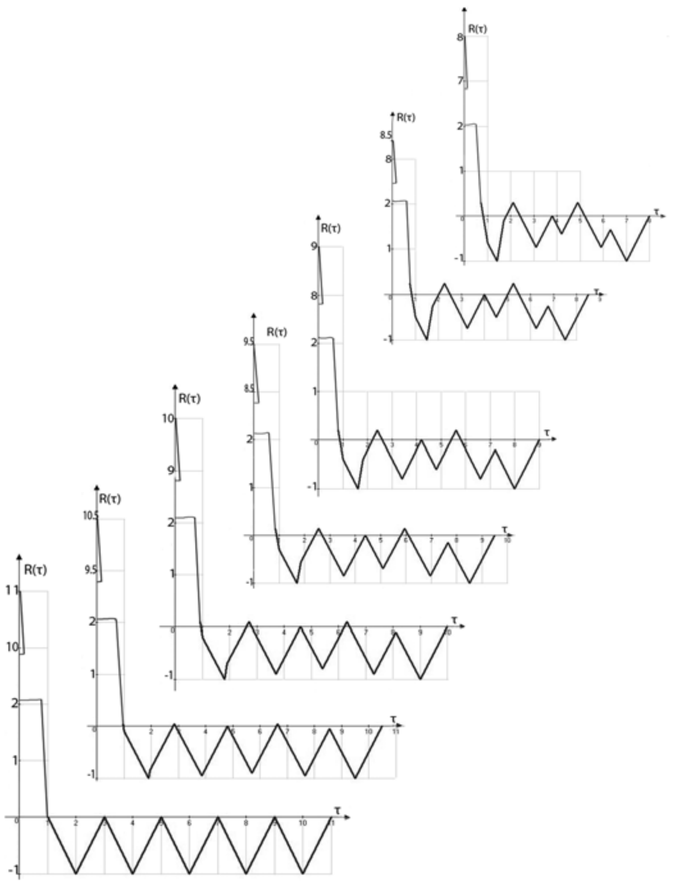


Рисунок 8 – Сигналы L_6 для $N \in [8;11)$

Продолжая работы, изложенные в работе [5], нам удалось получить L сигналы «лучшие» несуществующих сигналов Баркера для всех длин кодов $N \in [8;11)$. На рис. 8 представлены АКФ отдельных L_6 сигналов из этого диапазона длин кодов. Как видим – $|R_i(\tau)| \le 1$ для всех из них.

Результаты сравнения по квадратичному критерию «несуществующих» – теоретических сигналов Баркера и сигналов этой публикации однозначны: при $N = 8$, $N = 9$ и $N = 10$ только два побочных пика по модулю равны единице (остальные – меньше). Отсюда наши сигналы превосходят несуществующие сигналы Баркера для этих длин кода.

Выводы

1. Для всех длин кода $N \in [8;11)$ найдены сигналы L_6 по квадратичному критерию превосходящие несуществующие сигналы Баркера с $N = 8$, $N = 9$ и $N = 10$. Причем их побочные пики преимущественно отрицательные (рис.8).

2. Для ряда приложений будет интересен и другой сигнал с $N = 8$ из класса $€_4$, полученный нами ранее, который более «узкополосный». Побочные пики АКФ у него таковы: $R_1 = 1; R_2 = -0{,}25; R_3 = -1{,}25; R_4 = 0; R_5 = -1; R_6 = 0{,}25; R_7 = -1$.

3. С длиной кода $N = 9$ представляет существенный интерес и сигнал $€_6$ с побочными пиками $R_1 = \frac{8}{7};\ R_2 = \frac{2}{7};\ R_3 = -\frac{3}{7}; R_4 = \frac{2}{7}; R_5 = -\frac{5}{7}; R_6 = 0;\ R_7 = -\frac{5}{7};\ R_8 = 0;$ $R_9 = -1;\ R_{10} = -\frac{2}{7}; R_{11} = -1;\ R_{12} = 0$, так как первый побочный пик, в силу $R_1 \approx 1$, только слегка расширяет главный лепесток АКФ, а из остальных побочных пиков только два равны –1 (остальные $|R_i(\tau)| < 1$).

4. Для длины кода $N = 10$ также наряду с сигналом L_6 по п. 1 представляет интерес и другой сигнал из класса L_6, полученный нами в работе [5], с побочными пиками $R_1 = \frac{4}{7};\quad R_2 = \frac{1}{7};\quad R_3 = -\frac{5}{7}; R_4 = \frac{1}{7}; R_5 = -\frac{6}{7}; R_6 = 0;\quad R_7 = -\frac{6}{7};\quad R_8 = 0;$ $R_9 = -1;\ R_{10} = -\frac{1}{7}; R_{11} = -1;\ R_{12} = 0$.

5. Для $N = 12$ существует $€_6$ сигнал с преимущественно отрицательными побочными пиками: $R_1 = 1; R_2 = 0{,}1; R_3 = -0{,}9; R_4 = -1{,}2; R_5 = -0{,}1; R_6 = -1{,}1; R_7 = 0;\quad R_8 = -1{,}2;$ $R_9 = -0{,}1; R_{10} = -1{,}1; R_{11} = 0{,}1; R_{12} = -1; R_{13} = 0;$ и L_7 сигнал, побочные пики которого положительны, но $|R_i(\tau)| \le 1$: $R_1 = \frac{1}{12};\ R_2 = 0;\ R_3 = \frac{11}{12};\ R_4 = 0;\ R_5 = \frac{11}{12};\ R_6 = \frac{1}{12};$ $R_7 = 1;\ R_8 = \frac{3}{4};\ R_9 = -\frac{1}{12};\ R_{10} = \frac{11}{12}; R_{11} = \frac{1}{12};\ R_{12} = 1;\ R_{13} = \frac{1}{12};\ R_{14} = 1;\ R_{15} = 0$.

Для $N = 12$ существует также другой сигнал $€_6$ с отрицательными побочными пиками [8]: $R_1 = 1;\quad R_2 = -\frac{2}{7};\quad R_3 = -1\frac{2}{7}; R_4 = -\frac{1}{7}; R_5 = -1\frac{1}{7};\quad R_6 = 0; R_7 = -1\frac{1}{7};$ $R_8 = 0;\ R_9 = -1;\ R_{10} = \frac{1}{7};\ R_{11} = -1;\ R_{12} = 0$. Этот сигнал по квадратичному критерию лучше упомянутого сигнала $€_6$ из работы [5]: $(7{,}388 < 8{,}15)$.

6. При $N = 14$ удалось получить $€_7$ с $|R_i(\tau)| \le 1\frac{1}{6}$ (рис. 5 нижний из статьи [5]).

7. Важным результатом настоящей работы являются сигналы $€_8$ и $Ǵ_8$. Полученные соответственно первым и вторым авторами. Эти скомпенсированные сигналы по квадратичному критерию лучше несуществующего сигнала Баркера с $N = 15$. АКФ этих сигналов представлены на рис. 7. Все существенные побочные пики, кроме одного – отрицательны, что очень хорошо. Эти сигналы знаменуют выход за «проклятую» длину кода Баркера $N = 13$.

Так как $N = 15 > 11$, то следует ожидать применение наших сигналов $\tilde{L}_8$ и $\tilde{G}_8$ в технике мобильной связи будущего, не говоря уже о радиолокационных приложениях [5].

8. Как следует из теоремы 3, следующей непосредственно из теорем 1 и 2, АКФ бинарных ФМн сигналов – кусочно-линейная функция, определяемая суммой модулей разностей $|\tau - \tau_S|$, взвешенных целочисленными коэффициентами $g(s,k)$. Отсюда сверхсложности (при синтезе необходим выход на глобальный минимум $R_i(\tau)$), которые удалось обойти, используя свойства нашей обобщенной матрицы АКФ.

Литература

1. Вакман Д.Е. Регулярный метод синтеза Ф. М. сигналов / Вакман Д.Е. – Изд-во «Советское радио», 1967. – 96 с.
2. А.с. 1073717 СССР. Способ сжатия фазоманипулированных сигналов и устройство для его осуществления / Н.П. Лавлинский. – 15.10.1983.
3. Лавлинский Н.П. Синтез одного класса сигналов по автокорреляционной функции» в отчете: Адаптивные обучаемые и самообучающиеся системы / Н.П. Лавлинский // Координационный план АН СССР на 1976 – 1980 гг. шифр 1.12.1 № гос. Регистрации 78017018 за 1980 г. – Томск : СФТИ, 1980. – С.147-188.
4. Лавлинский Н.П. Исследования свойств АКФ неквантованных по длительности непериодических бинарных ФМн сигналов / Н.П. Лавлинский // Автоматизированные системы сбора и переработки гидрофизической информации. – Севастополь, 1985. – 19 с.
5. Лавлинский Н.П. Повышение безопасности связи путем применения широкополосных фазоманипулированных сигналов / Н.П. Лавлинский, Н.И. Галлини // Системи обробки інформації. – 2010. – Вид. 3 (84) – С. 42-46.
6. Лавлинский Н.П. О потенциальной помехоустойчивости широкополосных сигналов / Н.П. Лавлинский // Отчет по хоздоговорной теме «Посейдон». – Севастополь, 1984. – 125 с.
7. Зарецкий С.В. Метод подавления боковых лепестков сигнала в виде бинарной фазоманипулированной последовательности / С.В. Зарецкий, Е.А. Сельменев // Электронный научный журнал «Исследовано в России». – Режим доступа : http://zhurnal.ape.relam.ru/articles/2008/078.pdf. р. 846 -852.
8. Лавлинский Н.П. Синтез «баркеровских» сигналов по автокорреляционной функции для современных систем связи и локации / Н.П. Лавлинский, Е.А. Мусатова // Тезисы докладов V Всеукраинской научно-практической конференции. – Симферополь, 2010. – С. 54-55.

М.П. Лавлінський, Н.І. Галліні

Синтез за узагальненою матрицею автокореляційної функції «баркеровських» сигналів для сучасних систем зв'язку та локації

Використано метод синтезу «баркеровських» сигналів за узагальненою (сполученою) матрицею автокореляційної функції (АКФ). Показані тонкощі «внутрішньої» структури сигналів Баркера з $N = 5;7;11;13$, які використані нами для синтезу «баркеровських» сигналів з неквантованими по тривалості елементами. Отримано бінарні фазоманіпулювані сигнали з довжинами коду $N \in [8;11)$, побічні піки яких за модулем не перевищують одиницю. Знайдені сигнали з довжиною коду $N = 15$, які при відповідній обробці за квадратичним критерієм перевершують неіснуючий сигнал Баркера з $N = 15$.

N.P. Lavlinskiy, N.I. Gallini

The Synthesis on Generalized Matrix of Autocorrelation Function of Barker Signals' for Modern Communication and Location Systems.

The method of synthesis of Barker signals' on generalized matrix of autocorrelation function has been used. The details of "inner" structure of Barker's signals with N = 5;7;11;13, have been shown, which are used for the synthesis of Barker signals' with components noquantized in duration. Binary phase manipulated signals with length of code N$\in$[8;11], the side peaks of which don't exceed the one on module have been discovered. The signals with the length of code N = 15, which, under appropriate processing, on quadratic criterion exceed the non existing Barker's signals with N = 15 have been found.

Статья поступила в редакцию 24.06.2010.